

重回帰分析とその実用例【第43回生物統計学】

1 はじめに

単回帰分析とは、説明変数(x)で目的変数(y)を予測する場合に用いる分析手法です。第32回でもご紹介しましたが、この手法は1つの変数でもう1つの変数を予測する、いわば1対1の関係を分析する手法です。今回ご紹介する重回帰分析は、単回帰分析の拡張版です。まずは、説明変数を2つにした場合について解説いたします。

2 3次元データの回帰分析

説明変数を(x)および(y)、目的変数を(z)とします。 (x_i, y_i, z_i) を xyz 空間にプロットするとき(3D散布図)、回帰式は平面を表します(図1)。

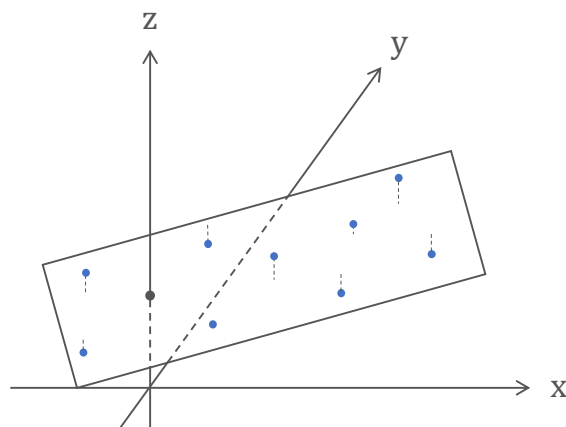


図1. 3D 散布図

回帰式を求める方法は、単回帰分析と同様に最小二乗法です。モデルとなる式を、

$$z = ax + by + c \quad (1)$$

とすると残差は

$$z_i - ax_i - by_i - c \quad (2)$$

となります。(2)の平方和

$$f(a, b, c) = \sum_{i=1}^n (z_i - ax_i - by_i - c)^2 \quad (3)$$

を最小とするような a, b, c の時、(1)は回帰方程式となります。



$f(a, b, c)$ の極値を求めるために偏微分が0という式を立てます。

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial b} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial c} = 0 \quad (4)$$

これを正規方程式と言います。これを解いていくと最終的に回帰方程式は次のようになります。

$$z = \frac{S_{yy}S_{xz} - S_{xy}S_{yz}}{S_{xx}S_{yy} - S_{xy}^2}(x - \bar{x}) + \frac{S_{xx}S_{yz} - S_{xy}S_{xz}}{S_{xx}S_{yy} - S_{xy}^2}(y - \bar{y}) + \bar{z} \quad (5)$$

ここで、 x の分散を s_{xx} 、 x と y の共分散を s_{xy} などと表します。

また、傾きを表す係数を偏回帰係数と言ひ、行列でも表すことができます。

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{xx} & s_{xy} \\ s_{xy} & s_{yy} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} s_{xz} \\ s_{yz} \end{pmatrix} \quad (6)$$

今回は3次元データの場合を示しましたが、 k 次元データの場合、 $k-1$ 個の変数を説明変数にし、もう1個の変数を目的変数にして、回帰方程式を求めることができます。偏回帰係数は式(6)と同様に行列で表すことができます。

3 重回帰分析の実用例

高校生男女を対象にした研究では、エネルギーやタンパク質などを含む15種類の栄養素は、米類や肉類、魚類などといった22種類のどの食品群が主な由来になっているかを調べた研究に重回帰分析が用いられています。鉄や食物繊維摂取は主にお菓子類から得られていることや、各栄養素と各食品群の関連などが解析結果より判明しました。このような分析は、栄養指導などに役立てることができます。

もう1つの例では、動脈硬化の判断に用いる頸動脈内膜中膜厚(IMT)と動脈硬化危険因子との関係を検討した研究があります。この研究では、まず相関解析を行い、IMTと有意な相関が認められた因子(年齢、BMI、血圧、空腹時血糖値、中性脂肪値、LDL-コレステロール値、HDL-コレステロール値)を説明変数とし、目的変数をIMTとして重回帰分析を行いました。その結果より、IMTに対して年齢、収縮期血圧、BMI、空腹時血糖が有意に正の影響を与え、HDL-コレステロールが負の有意に影響を与えることが認められました。このように、相関分析によって関連しうる因子を選別し、重回帰分析の説明変数とする方法もあります。

他にも、ボルドーワインの値段や、賃貸の家賃相場なども重回帰分析によって回帰式が得られており、重回帰分析は様々な分野で活用されています。

4 まとめ

今回は、重回帰分析についてまとめました。重回帰分析は、1つの目的変数に対し、複数の説明因子で回帰式を導き出すことができ、単回帰分析に比べて広く活用されています。第40回で紹介しましたが、回帰分析にはモデルの適合度を検討する必要があります。モデルの適合度が最良になる変数を選択し、正しく重回帰分析を行うようにしましょう。